

**Решение заданий по математике  
олимпиады вузов Росрыболовства  
среди учащихся 8 классов 2019-20 уч. год  
I тур.**

**Задача 1.** Маша утверждает, что отличник Вовочка решил на олимпиаде не менее 9 задач, Таня – что не менее 8 задач, Катя – что не менее 7 задач. Сколько задач решил Вовочка, если из этих трёх утверждений истинно только одно?

Решение

Если права Маша, то правы и Таня, и Катя. Этого не может быть.

Если права Таня, то права Катя. Этого не может быть. Права только Катя. Вовочка решил не менее 7 задач, единственное число, которое не меньше 7, но меньше 8 – это число 7.

Ответ. 7.

**Задача 2.** На мебельной фабрике изготавливают табуретки с четырьмя и тремя ножками. На складе имеются 786 484 ножки. При изготовлении продукции должны быть использованы все ножки. Какое максимальное число табуреток можно изготовить?

Решение

Пусть  $x$  - число табуреток с тремя ножками,  $y$  - число табуреток с четырьмя ножками. Тогда получаем уравнение с целочисленными решениями  $3x+4y=786\ 484$ .

Максимальное число табуреток соответствует максимальному числу табуреток с 3 ножками. Если  $y=0$ , то уравнение  $3x=786\ 484$  не имеет целых решений. Если  $y=1$ , то уравнение  $3x + 4 = 786\ 484$  имеет целое решение  $x=262\ 160$ . Таким образом, максимальное число табуреток, которые можно изготовить равно 262 161.

Ответ. 262 161.

**Задача 3.** На девяти одинаковых карточках выписаны числа 2, 3, 1, 1, 5, 7, 1, 5, 2. Карточки перемешали и составили девятизначное число. Какова вероятность, что оно делится на 2?

Решение

Чтобы число делилось на 2, оно должно заканчиваться чётной цифрой, таких цифр на карточках 2. Всего карточек 9, поэтому есть 9 возможностей для представления последней цифры. Таким образом, искомая вероятность равна  $\frac{2}{9}$ .

Ответ.  $\frac{2}{9}$ .

**Задача 4.** Равнобедренная трапеция разбивается диагональю на два равнобедренных треугольника. Найти углы трапеции.

Решение

Пусть угол при большем основании трапеции равен  $2x$ , тогда  $4x+x=180^\circ$ .  
Откуда находим, углы  $72^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 108^\circ$ .

Ответ.  $72^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 108^\circ$ .

**Задача 5.** При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $1+3x-ax=2+x$  имеет отрицательное решение?

Решение

Преобразуем уравнение к виду  $(2-a)x = 1, a \neq 2, x = \frac{1}{2-a}$

Решаем неравенство  $x < 0$ , получаем  $a > 2$ .

Ответ.  $a > 2$ .

**Решение заданий по математике  
олимпиады вузов Росрыболовства  
среди учащихся 9 классов 2019-20 уч. год  
I тур.**

**Задача 1.** На мебельной фабрике изготавливают табуретки с четырьмя и тремя ножками. На складе имеются 786 484 ножки. При изготовлении продукции должны быть использованы все ножки. Какое максимальное число табуреток можно изготовить?

Решение

Пусть  $x$  - число табуреток с тремя ножками,  $y$  - число табуреток с четырьмя ножками. Тогда получаем уравнение с целочисленными решениями  $3x+4y=786\,484$ .

Максимальное число табуреток соответствует максимальному числу табуреток с 3 ножками. Если  $y=0$ , то уравнение  $3x=786\,484$  не имеет целых решений. Если  $y=1$ , то уравнение  $3x + 4 = 786\,484$  имеет целое решение  $x=262\,160$ . Таким образом, максимальное число табуреток, которые можно изготовить равно 262 161.

Ответ. 262 161.

**Задача 2.** Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых функция  $y = \sqrt{ax^2 + 2x + a}$  определена ровно в одной точке.

Решение

Чтобы функция была определена в одной точке требуется выполнение условия  $\begin{cases} a < 0 \\ D = 0. \end{cases}$  Откуда находим:  $a = -1$ .

Ответ.  $a = -1$ .

**Задача 3.** На девяти одинаковых карточках выписаны числа 2, 3, 1, 1, 5, 7, 1, 5, 2. Карточки перемешали и составили девятизначное число. Какова вероятность, что оно делится на 2?

Решение

Чтобы число делилось на 2, оно должно заканчиваться чётной цифрой, таких цифр на карточках 2. Всего карточек 9, поэтому есть 9 возможностей для представления последней цифры. Таким образом, искомая вероятность равна  $\frac{2}{9}$ .

Ответ.  $\frac{2}{9}$ .

**Задача 4.** Разность между наибольшим и наименьшим корнями уравнения  $x^2 + ax - 6 = 0$  равна 5. Найти все возможные значения  $a$ .

Решение

Пусть  $x_2 > x_1$ , тогда по теореме Виета  $x_2 + x_1 = -a$ ,  $x_2 \cdot x_1 = -6$ , и  $x_2 - x_1 = 5$ .

Откуда получаем  $(x_2 - x_1)^2 = (x_2 + x_1)^2 - 4 x_2 \cdot x_1$ . Или  $25 = a^2 + 24$ .

Нашли  $a=1$  или  $a=-1$ . Проверяем эти значения  $a$ , подстановкой в уравнение.

Ответ.  $a=1$ ,  $a=-1$ .

**Задача 5.** Равнобедренная трапеция разбивается диагональю на два равнобедренных треугольника. Найти углы трапеции.

Решение

Пусть угол при большем основании трапеции равен  $2x$ , тогда  $4x+x=180^\circ$ .  
Откуда находим, углы  $72^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 108^\circ$ .

Ответ.  $72^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 108^\circ$ .

**Решение заданий по математике  
олимпиады вузов Росрыболовства  
среди учащихся 10 классов 2019-20 уч. год  
I тур.**

**Задача 1.** Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых функция  $y = \sqrt{ax^2 + 2x + a}$  определена ровно в одной точке.

Решение

Чтобы функция была определена в одной точке требуется выполнение условия  $\begin{cases} a < 0 \\ D = 0. \end{cases}$  Откуда находим:  $a = -1$ .

Ответ.  $a = -1$ .

**Задача 2.** На девяти одинаковых карточках выписаны числа 2, 3, 1, 1, 5, 7, 1, 5, 2. Карточки перемешали и составили девятизначное число. Какова вероятность, что оно делится на 2?

Решение

Чтобы число делилось на 2, оно должно заканчиваться чётной цифрой, таких цифр на карточках 2. Всего карточек 9, поэтому есть 9 возможностей для представления последней цифры. Таким образом, искомая вероятность равна  $\frac{2}{9}$ .

Ответ.  $\frac{2}{9}$ .

**Задача 3.** Решить уравнение  $x^3 + x + \sqrt[3]{x^3 + x - 2} = 12$ .

Решение

Выполним подстановку  $t^3 = x^3 + x - 2$ . Получим  $t^3 + t - 10 = 0$ .

Среди делителей свободного члена находим корень  $t = 2$ .

Тогда  $x^3 + x - 10 = 0$ . Откуда  $x = 2$ .

Ответ.  $x = 2$ .

**Задача 4.** На мебельной фабрике изготавливают табуретки с четырьмя и тремя ножками. На складе имеются 786 484 ножки. При изготовлении продукции должны быть использованы все ножки. Какое максимальное число табуреток можно изготовить

Решение

Пусть  $x$  - число табуреток с тремя ножками,  $y$  - число табуреток с четырьмя ножками. Тогда получаем уравнение с целочисленными решениями  $3x + 4y = 786\,484$ .

Максимальное число табуреток соответствует максимальному числу табуреток с 3 ножками. Если  $y = 0$ , то уравнение  $3x = 786\,484$  не имеет целых решений. Если  $y = 1$ , то уравнение  $3x + 4 = 786\,484$  имеет целое решение  $x = 262$

160. Таким образом, максимальное число табуреток, которые можно изготовить равно 262 161.

Ответ. 262 161.

**Задача 5.** Равнобедренная трапеция разбивается диагональю на два равнобедренных треугольника. Найти углы трапеции.

Решение

Пусть угол при большем основании трапеции равен  $2x$ , тогда  $4x+x=180^\circ$ .  
Откуда находим, углы  $72^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 108^\circ$ .

Ответ.  $72^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 108^\circ$ .

**Решение заданий по математике  
олимпиады вузов Росрыболовства  
среди учащихся 11 классов 2019-20 уч. год  
I тур.**

**Задача 1.** Вычислить  $5^{\log_{\sqrt{5}}\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + 5^{\log_{25}(2\sqrt{3}-4)^2}$ .

Решение

$$5^{\log_{\sqrt{5}}\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + 5^{\log_{25}(2\sqrt{3}-4)^2} = 5^{\log_5(4+2\sqrt{3})} + 5^{\log_5|2\sqrt{3}-4|} = 4+2\sqrt{3}+4-2\sqrt{3} = 8.$$

Ответ. 8.

**Задача 2.** На мебельной фабрике изготавливают табуретки с четырьмя и тремя ножками. На складе имеются 786 484 ножки. При изготовлении продукции должны быть использованы все ножки. Какое максимальное число табуреток можно изготовить

Решение

Пусть  $x$  - число табуреток с тремя ножками,  $y$  - число табуреток с четырьмя ножками. Тогда получаем уравнение с целочисленными решениями  $3x+4y=786\ 484$ .

Максимальное число табуреток соответствует максимальному числу табуреток с 3 ножками. Если  $y=0$ , то уравнение  $3x=786\ 484$  не имеет целых решений. Если  $y=1$ , то уравнение  $3x + 4 = 786\ 484$  имеет целое решение  $x=262\ 160$ . Таким образом, максимальное число табуреток, которые можно изготовить равно 262 161.

Ответ. 262 161.

**Задача 3.** Решить уравнение  $x^3 + x + \sqrt[3]{x^3 + x - 2} = 12$ .

Решение

Выполним подстановку  $t^3 = x^3 + x - 2$ . Получим  $t^3 + t - 10 = 0$ .

Среди делителей свободного члена находим корень  $t=2$ .

Тогда  $x^3 + x - 10 = 0$ . Откуда  $x=2$ .

Ответ.  $x=2$ .

**Задача 4.** На девяти одинаковых карточках выписаны числа 2, 3, 1, 1, 5, 7, 1, 5, 2. Карточки перемешали и составили девятизначное число. Какова вероятность, что оно делится на 2?

Решение

Чтобы число делилось на 2, оно должно заканчиваться чётной цифрой, таких цифр на карточках 2. Всего карточек 9, поэтому есть 9 возможностей для представления последней цифры. Таким образом, искомая вероятность равна  $\frac{2}{9}$ .

Ответ.  $\frac{2}{9}$ .

**Задача 5.** Даны вершины четырехугольника  $A(1; -2; 2)$ ,  $B(1; 4; 0)$ ,  $C(-4; 1; 1)$  и  $D(-5; -5; 3)$ .

Вычислить угол между его диагоналями  $AC$  и  $BD$ .

Решение

Найдем координаты векторов  $\vec{AC}$  и  $\vec{BD}$

$$\vec{AC} = \{-5; 3; -9\}$$

$$\vec{BD} = \{-6; -9; 3\}$$

Найдем скалярное произведение  $\vec{AC} \cdot \vec{BD} = (-5)(-6) + 3 \cdot (-9) + (-1) \cdot 3 = 0$ .

Так как  $\vec{AC} \cdot \vec{BD} = 0$ , значит  $\vec{AC} \perp \vec{BD}$ .

Ответ.  $90^\circ$ .